DEVOIR Jeudi 4 décembre 2014 Durée : 1h

Exercice n° 1 : Diffraction de la lumière à travers un tamis (10 pts)

La production de certains catalyseurs nécessite de déposer un métal noble (Pd, Pt, Au) sur un support inerte comme de la silice (SiO_2). La silice commerciale se présente sous forme de petits grains blancs de tailles différentes : il est nécessaire de trier ces grains à l'aide de tamis pour fabriquer des catalyseurs tous identiques. Le but de cet exercice est de vérifier la taille des mailles d'un tamis en effectuant une expérience de diffraction par un faisceau LASER à l'aide du montage décrit en figures 1 et 2.

1. Un faisceau LASER monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 532 \pm 10$ nm et se propageant dans l'air, est dirigé vers un tamis de laboratoire (sorte de grille) à maille carrée de côté **a**. On observe sur un écran une figure de diffraction identique à celle représentée sur la figure 1. La tache centrale est un carré de côté L = 2,66 cm avec une incertitude U(L) = 1/10 cm.

1.1. Quel caractère de la lumière l'apparition d'une figure de diffraction met-elle en évidence ?
1.2. Dans quelle condition ce phénomène est-il observable ?

2. Le LASER est placé à une distance d = 40 cm du tamis ; la distance entre le tamis et l'écran vaut D = 2,0 m avec une incertitude U(D) = 1 cm. Un tamis à maille carrée possède des propriétés diffractantes identiques à celles observées lors de la superposition de deux fentes allongées de même largeur et disposées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre.

2.1. Préciser quelles mailles du tamis donnent les taches horizontales et verticales.
2.2. Avec l'approximation des petits angles, on peut montrer à partir des relations trigonométriques, que l'écart angulaire θ noté sur la figure 2 peut s'écrire θ = L/2D.
Comment devrait-on faire varier D pour obtenir une mesure de L plus précise ? Justifier.
2.3. Rappeler la relation qui lie l'écart angulaire θ à la longueur d'onde λ et au côté **a** de la maille. Préciser comment varie l'écart angulaire en fonction de **a**.
2.4. Exprimer **a** en fonction de L. Vérifier par analyse dimensionnelle que la relation est cohérente.
2.5. Calculer la dimension d'une maille du tamis en µm en utilisant les données expérimentales.

L'incertitude sur la mesure de a peut-être évalué par $U(a)=a\times\sqrt{\left(\frac{U(\lambda)}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2+\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2}$

2.6. Calculer incertitude U(a) sur la dimension d'une maille et en déduire un encadrement de **a**.

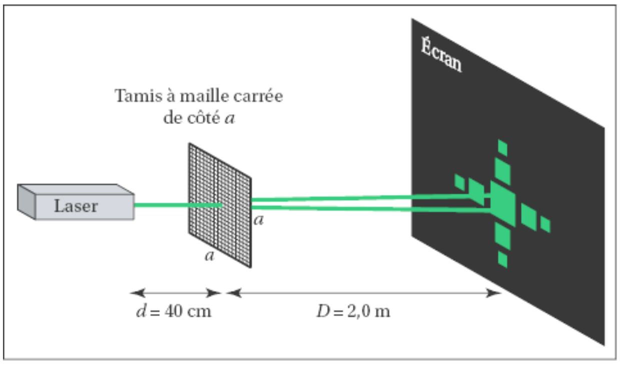


Figure 1

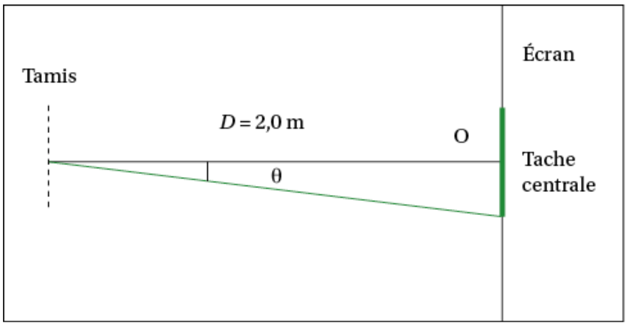


Figure 2

Exercice n° 2 : **Effet Doppler (10 pts)**

1. Un véhicule muni d'une sirène est immobile. La sirène retentit et émet un son de fréquence f_E = 680 Hz.
Le son émis à la date t = 0 se propage dans l'air à la vitesse c = 340 $m.s^{-1}$ à partir de la source S. On note λ_E la longueur d'onde correspondante.

La figure 1 ci-contre représente le front d'onde à la date t = 4 T (T étant la période temporelle de l'onde sonore).

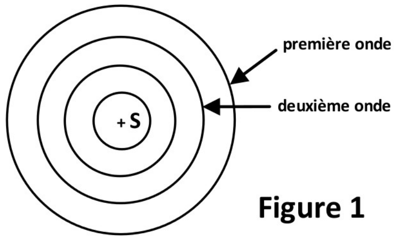


Figure 1

1.1. Quelle est la distance d parcourue par le front d'onde (1ère onde) à la date t = 3T ?

1.2. Deux points situés à la distance d' = 5,50 m l'un de l'autre dans la même direction de propagation vibrent-ils en phase ? Justifier.

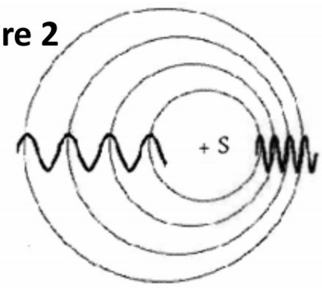
2. Le véhicule se déplace maintenant vers la droite à la vitesse v inférieure à c.

La figure 2 donnée ci-après représente le front de l'onde sonore à la date t = 4 T.

Le véhicule se rapproche d'un observateur immobile.

La longueur d'onde apparente mesurée λ_R au niveau de l'observateur est telle que $\lambda_R = \lambda_E\left(1 - \frac{v}{c}\right)$.

Figure 2



2.1. Rappeler la relation générale liant la vitesse de propagation, la longueur d'onde et la fréquence.

2.2. Établir la relation entre f_E et f_R .

2.3. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier sans calcul numérique.

2.4. Exprimer, puis calculer en $km.h^{-1}$, en arrondissant les valeurs à des nombres entiers, la vitesse du véhicule qui se rapproche de l'observateur sachant que ce dernier perçoit alors un son de fréquence f_R = 716 Hz.

CORRECTION Jeudi 4 décembre 2014 Durée : 1h

Exercice n° 1 : **Diffraction de la lumière à travers un tamis (10 pts)**

La production de certains catalyseurs nécessite de déposer un métal noble (Pd, Pt, Au) sur un support inerte comme de la silice (SiO_2). La silice commerciale se présente sous forme de petits grains blancs de tailles différentes : il est nécessaire de trier ces grains à l'aide de tamis pour fabriquer des catalyseurs tous identiques. Le but de cet exercice est de vérifier la taille des mailles d'un tamis en effectuant une expérience de diffraction par un faisceau LASER à l'aide du montage décrit en figures 1 et 2.

1. Un faisceau LASER monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ = 532 ± 10 nm et se propageant dans l'air, est dirigé vers un tamis de laboratoire (sorte de grille) à maille carrée de côté **a**. On observe sur un écran une figure de diffraction identique à celle représentée sur la figure 1. La tache centrale est un carré de côté L = 2,66 cm avec une incertitude U(L) = 1/10 cm.

1.1. Quel caractère de la lumière l'apparition d'une figure de diffraction met-elle en évidence ?

La diffraction est une propriété exclusive des ondes, donc elle met en évidence le caractère ondulatoire

1.2. Dans quelle condition ce phénomène est-il observable ?

L'obstacle doit être du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ.

2. Le LASER est placé à une distance d = 40 cm du tamis ; la distance entre le tamis et l'écran vaut D = 2,0 m avec une incertitude U(D) = 1 cm. Un tamis à maille carrée possède des propriétés diffractantes identiques à celles observées lors de la superposition de deux fentes allongées de même largeur et disposées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre.

2.1. Préciser quelles mailles du tamis donnent les taches horizontales et verticales.

Les mailles horizontales produisent des taches de diffraction verticales.
Les mailles verticales produisent des taches de diffraction horizontales.

2.2. Avec l'approximation des petits angles, on peut montrer à partir des relations trigonométriques, que l'écart angulaire θ noté sur la figure 2 peut s'écrire θ = L/2D.
Comment devrait-on faire varier D pour obtenir une mesure de L plus précise ? Justifier.

Plus la distance est grande et plus la largeur L de la tache centrale est importante et facile à mesurer. Avec une grande distance D la mesure est plus précise.

2.3. Rappeler la relation qui lie l'écart angulaire θ à la longueur d'onde λ et au côté **a** de la maille.
Préciser comment varie l'écart angulaire en fonction de **a**. *Relation : θ = λ / a*

Plus la largeur a de l'obstacle est petite et plus l'écart angulaire θ est grand.

2.4. Exprimer **a** en fonction de L. Vérifier par analyse dimensionnelle que la relation est cohérente.

D'après les deux relations précédentes on a $\frac{\lambda}{a}=\frac{L}{2D}$ *soit* $a=\frac{2D\lambda}{L}$

Analyse dimensionnelle : $[a]=\frac{[D].[\lambda]}{[L]}=\frac{[L][L]}{[L]}=[L]$ *ou* $[a]=\frac{m.m}{m}=m$

La grandeur a, a la dimension d'une longueur.

2.5. Calculer la dimension d'une maille du tamis en µm en utilisant les données expérimentales.

$a=\frac{2DL}{L}=\frac{2\times 2,0\times 532\times 10^{-9}}{2,66\times 10^{-2}}=8,0\times 10^{-5}\,m$ *soit 80 µm*

L'incertitude sur la mesure de a peut-être évalué par $U(a)=a\times\sqrt{\left(\frac{U(\lambda)}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2+\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2}$

2.6. Calculer incertitude U(a) sur la dimension d'une maille et en déduire un encadrement de **a**.

$$U(a)=a\times\sqrt{\left(\frac{U(\lambda)}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2+\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2}=a\times\sqrt{\left(\frac{10}{532}\right)^2+\left(\frac{0,1}{2,66}\right)^2+\left(\frac{0,01}{2,0}\right)^2}=3,4\times 10^{-6}m\approx 4\times 10^{-6}m$$

encadrement : 76 µm ≤ a ≤ 84 µm

Exercice n° 2 : **Effet Doppler (10 pts)**

1. Un véhicule muni d'une sirène est immobile. La sirène retentit et émet un son de fréquence f_E = 680 Hz.
Le son émis à la date t = 0 se propage dans l'air à la vitesse c = 340 m.s^{-1} à partir de la source S. On note λ_E la longueur d'onde correspondante.
La figure 1 ci-contre représente le front d'onde à la date t = 4 T (T étant la période temporelle de l'onde sonore).

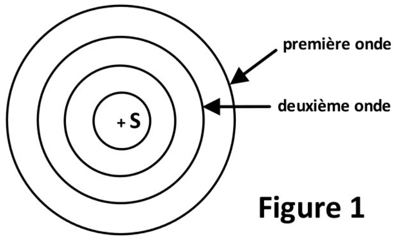


Figure 1

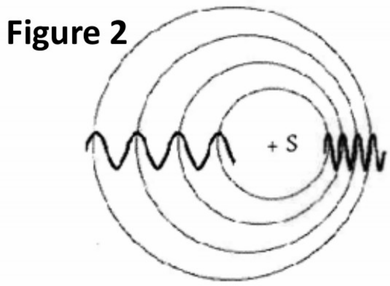
1.1. Quelle est la distance d parcourue par le front d'onde (1ère onde) à la date t = 3T ?

$$d = c\times\Delta t = c\times 3T = \frac{c\times 3}{f_E} = \frac{340\times 3}{680} = 1{,}5\,m$$

1.2. Deux points situés à la distance d' = 5,50 m l'un de l'autre dans la même direction de propagation vibrent-ils en phase ? Justifier. 2 points sont en phase si la distance qui les sépare est un multiple entier de la longueur d'onde λ.

$\frac{d'}{\lambda} = \frac{d'\times f}{c} = \frac{5{,}50\times 680}{340} = 11$ *11 est entier donc les 2 points sont en phase.*

2. Le véhicule se déplace maintenant vers la droite à la vitesse v inférieure à c.
La figure 2 donnée ci-après représente le front de l'onde sonore à la date t = 4 T.
Le véhicule se rapproche d'un observateur immobile.
La longueur d'onde apparente mesurée λ_R au niveau de l'observateur est telle que $\lambda_R = \lambda_E\left(1-\frac{v}{c}\right)$.

Figure 2


2.1. Rappeler la relation générale liant la vitesse de propagation, la longueur d'onde et la fréquence.
Relation : c = $\lambda\times f$

2.2. Établir la relation entre f_E et f_R .

A partir des relations $\lambda_R = \lambda_E\left(1-\frac{v}{c}\right)$ *et c= $\lambda\times f$, soit* $\frac{c}{f_R} = \frac{c}{f_E}\left(1-\frac{v}{c}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_E}\left(1-\frac{v}{c}\right) \Leftrightarrow f_R = f_E\left(\frac{c}{c-v}\right)$

ou la relation du cours $f_R = f_E\left(1+\frac{v}{c}\right)$

2.3. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier sans calcul numérique.
Lorsque le véhicule s'approche de l'observateur les perturbations devant le véhicule sont plus proches , la longueur d'onde λ est plus petit, et leur fréquence f est plus importante. Le son qui se propage jusqu'à l'observateur est donc plus aigu.

2.4. Exprimer, puis calculer en km.h^{-1}, en arrondissant les valeurs à des nombres entiers, la vitesse du véhicule qui se rapproche de l'observateur sachant que ce dernier perçoit alors un son de fréquence f_R = 716 Hz.
Plusieurs possibilité pour déterminer la vitesse du véhicule

- *Avec la formule du cours* $f_R = f_E\left(1+\frac{v}{c}\right)$ *on obtient*

$$v = \left(\frac{f_R}{f_E}-1\right)\times c = \left(\frac{716}{680}-1\right)\times 340 = 18\,m.s^{-1}$$ *soit 65 km/h*

- *Avec la relation déterminée à la question 2.3.* $f_R = f_E\left(\frac{c}{c-v}\right)$ *on obtient*

$$\frac{f_R}{f_E} = \frac{1}{\left(1-\frac{v}{c}\right)} \Leftrightarrow \frac{f_E}{f_R} = 1-\frac{v}{c} \Leftrightarrow v = \left(1-\frac{680}{716}\right)\times 340 \approx 17\,m.s^{-1}$$ *soit environ 61 km/h*