Mesures et incertitudes

Lorsque l'on réalise plusieurs mesures d'une même grandeur (une longueur, une durée, …), les valeurs trouvées ne sont en général pas les mêmes : il y a des incertitudes sur chaque mesure effectuée.
Un résultat ne correspond donc pas à une valeur, mais à un intervalle dans lequel la plupart des valeurs mesurées se trouvent.

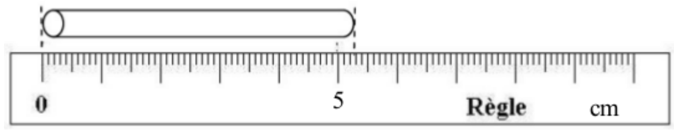
Comment écrire un résultat ?

L'expression d'un résultat comporte deux parties : résultat = meilleure estimation ± incertitude . Ou encore : résultat = valeur ± incertitude , ou simplement $m = M \pm U(m)$.

- M, la meilleure estimation de la grandeur mesurée, est la valeur moyenne des mesures (lorsqu'il y en à plusieurs) ; à défaut ce sera la mesure unique ;
- l'incertitude-type élargie U(m) définit un intervalle qui s'étend de $M - U(m)$ à $M + U(m)$ et qui contient 95% des mesures qui seraient effectuées dans les mêmes conditions : on peut raisonnablement penser que la valeur vraie s'y trouve …

On cherche une écriture du type : $m = M \pm U(m)$

Exemple
Si avec un instrument, rien n'est indiqué sur l'incertitude d'une mesure, on considère qu'elle correspond à la plus petite unité qu'affiche l'instrument.



L'extrémité du cylindre arrive entre la graduation 5,2 et 5,3. Mais il est plus près de 5,3 donc :
$L = 5,3$ cm

On écrira $L = 5,3 \pm 0,1$ cm ou $5,2$ cm $< L < 5,4$ cm Nous effectuons une mesure à 0,1 cm près.

Les erreurs possibles

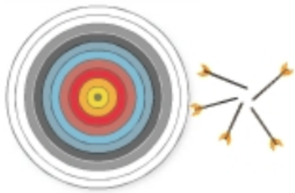
Les erreurs de mesures peuvent être dues à l'instrument de mesure, à l'opérateur ou à la variabilité de la grandeur mesurée. On les classe en deux catégories.

- L'erreur de mesure aléatoire
  Lorsqu'un même opérateur répète plusieurs fois le mesurage d'une même grandeur, les valeurs mesurées peuvent être différentes. On parle alors d'erreur de mesure aléatoire. Cette dispersion des valeurs mesurées est due à la qualité du mesurage réalisé par l'opérateur et à la qualité de l'instrument de mesure.
- L'erreur de mesure systématique
  Un appareil défectueux, mal étalonné ou utilisé incorrectement conduit à des valeurs mesurées proches les unes des autres, mais éloignées de la valeur vraie. On parle alors d'erreur de mesure systématique.

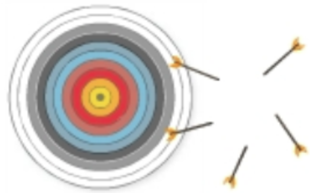
Si la valeur vraie est au centre de le cible et si les flèches représentent des valeurs mesurées :

Tous les impacts sont proches du centre de la cible : les erreurs aléatoires et systématiques sont faibles.

Les impacts sont éloignés du centre de la cible, mais centrés, en moyenne, sur le centre de la cible : les erreurs aléatoires sont importantes, mais les erreurs systématiques sont faibles.



Les impacts sont groupés, mais loin du centre : les erreurs aléatoires sont faibles, mais les erreurs systématiques sont importantes.



Les impacts sont étalés et loin du centre : les erreurs aléatoires et systématiques sont importantes.

Évaluer l'incertitude

Une part importante du travail expérimental réside dans l'estimation de l'incertitude U(m). La détermination d'une incertitude revient à estimer les doutes. Abordons deux méthodes :

Incertitude de type A

Lorsqu'une mesure peut être effectuée plusieurs fois dans les mêmes conditions expérimentales, on trouve généralement des résultats différents, plus ou moins proches de la valeur vraie. Plus une mesure est répétée, plus sa précision est augmentée. Le résultat expérimental retenu sera alors la valeur moyenne de la série.
L'incertitude correspondant à des mesures répétées d'une même grandeur est appelée incertitude de répétabilité U_{REPET}. Elle est liée à l'écart type expérimentale de la série de mesures.

$$U_{repet} = k\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

σ_{n-1} est l'écart-type expérimentale donné par la calculatrice ou un tableur
n le nombre de mesure
k est le facteur d'élargissement. Il dépend du nombre de mesures mais pour simplifier, on prendra k=2

Exemple
La mesure Δt de la durée de chute d'un objet depuis une fenêtre a été répétée 16 fois avec un chronomètre de qualité. Les résultats obtenus, exprimés en seconde, sont les suivants :

Δt (s)	1,38	1,45	1,41	1,45	1,43	1,41	1,46	1,39	1,43	1,48

Détail des étapes nécessaires pour écrire le résultat :

Calcul	Valeur arrondie	Commentaire
Moyenne	M =	On tient compte des chiffres significatifs des mesures
Écart-type	σ_{n-1} =	On sait se servir de sa calculatrice
Incertitude	U(m) =	Arrondi par excès à la même décimale que M
Résultat		m = M ± U (m)

Incertitude de type B
Lorsqu'une mesure n'est effectuée qu'une fois, on doit analyser les différentes sources d'erreurs liées à l'instrument de mesure.

Lorsque la mesure est obtenue par lecture sur une échelle ou un cadran : $U(m) = \frac{2\ \text{graduations}}{\sqrt{12}}$

Lorsque la mesure se fait avec un appareil numérique : $U(m) = \frac{2\ \text{résolutions}}{\sqrt{12}}$

Précision
Pour comparer la qualité de différentes mesures, l'incertitude U(m) ne suffit plus : il faut utiliser la notion de précision. Par exemple, une incertitude de 1 cm sur une mesure de 20 cm donne plus de précision à cette mesure qu'une incertitude de 1 mm sur une mesure de 10 mm. Il faut comparer l'incertitude à la valeur mesurée pour apprécier la précision d'une mesure. On définit alors l'incertitude relative par le rapport $\frac{U(m)}{m}$, exprimé en général en pourcentage. Plus l'incertitude relative est petite, plus la mesure est précise (plus la précision est grande).

Grandeur calculée
L'incertitude sur une grandeur calculée est liée aux incertitudes de toutes les grandeurs intervenant dans son calcul.
Exemple : Une moto parcourt une distance d = 125,35 ± 0,15 m en une durée t = 2,164 ± 0,002 s.

La vitesse moyenne de la moto est $v=\frac{d}{t}$ et l'incertitude relative associée est : $\frac{U(v)}{v} = \sqrt{\left(\frac{U(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{U(t)}{t}\right)^2}$

....
....
....
....
....
....

Que dois-je savoir faire ?
- Calculer une valeur moyenne (si plusieurs mesures ont été faites).
- Arrondir M en conservant le bon nombre de chiffres significatifs.
- Calculer la valeur de U(m) avec les formules - toujours fournies - de l'énoncé.
- Arrondir U(m) toujours par excès à la même décimale que M.
- Écrire le résultat sous la forme m = M ± U (m) en respectant les règles d'arrondissage. Il faut que M et U(m) soient dans la même unité et si possible à la même puissance dix pour plus de lisibilité.